

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ  
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

# **Математическая грамотность. Разговор с экспертом**

**24 сентября, 2020 г.**

Л.О. Рослова, канд. пед. наук, заведующий лабораторией математического общего образования и информатизации, Институт стратегии развития образования Российской академии образования, главный редактор журнала «Математика»

## Вопросы от учителей:

- Что такое «математическая грамотность»?
- «Где брать ресурсы для подготовки школьников к международным исследованиям в 2022 году по математическому направлению? Можно ли трансформировать под эти задания текстовые задачи из имеющихся учебников по математике? Что для этого нужно делать?»
- «Почему так необходимо включать задания, похожие на задания PISA в КИМы ОГЭ? Не должен ли экзамен проверять именно предметные математические знания школьников?»



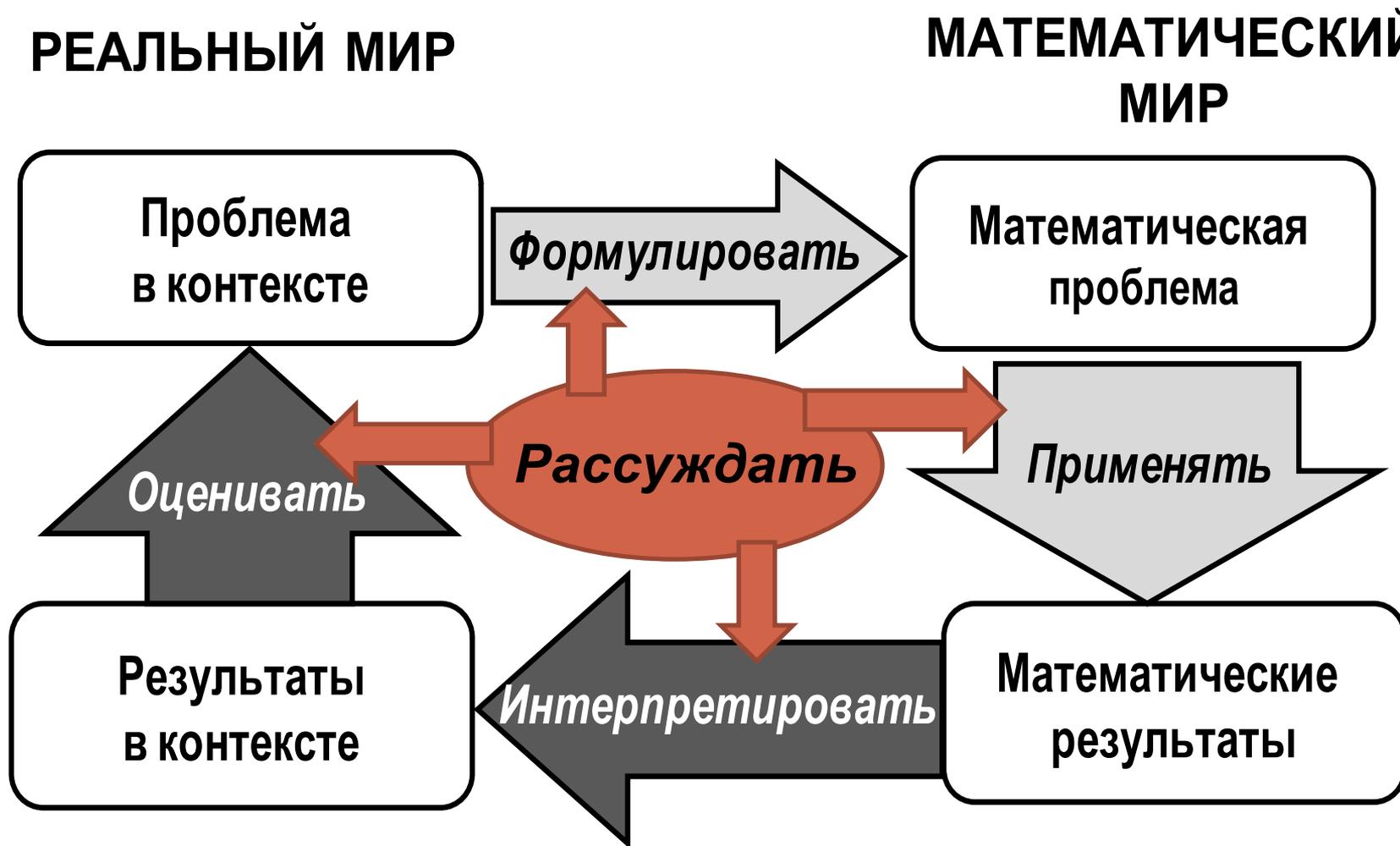
## Что такое «математическая грамотность»

«**Математическая грамотность** – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира.

Она включает использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления.

Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину.»

# Механизм взаимодействия двух миров





# Структура оценки математической грамотности

- **Контекст**, в котором представлена проблема: *Личная жизнь; Образование/профессиональная деятельность; Общественная жизнь; Научная деятельность*
- **Математическое содержание**, которое используется в тестовых заданиях (предметное ядро функциональной грамотности): *Изменения и зависимости; Пространство и форма; Неопределенность и данные; Количество*
- **Когнитивные процессы** (составляющие интеллектуальной деятельности), которые описывают, что делает ученик, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математикой, необходимой для её решения: *Формулировать ситуацию математически; Применять математические понятия, факты, процедуры; Интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты; Рассуждать*

- *Особое внимание* к оценке математических *рассуждений*.
- *Центральный компонент* математической грамотности - связь между математическими рассуждениями и решением поставленной проблемы:

Для решения проблемы математически грамотный учащийся сначала должен *увидеть математическую природу проблемы, представленной в контексте реального мира, и сформулировать ее на языке математики.*

- *Новые темы* по областям содержания:

*Явления роста:* линейные, нелинейные, квадратичные и экспоненциальные зависимости (*Изменение и зависимости*)

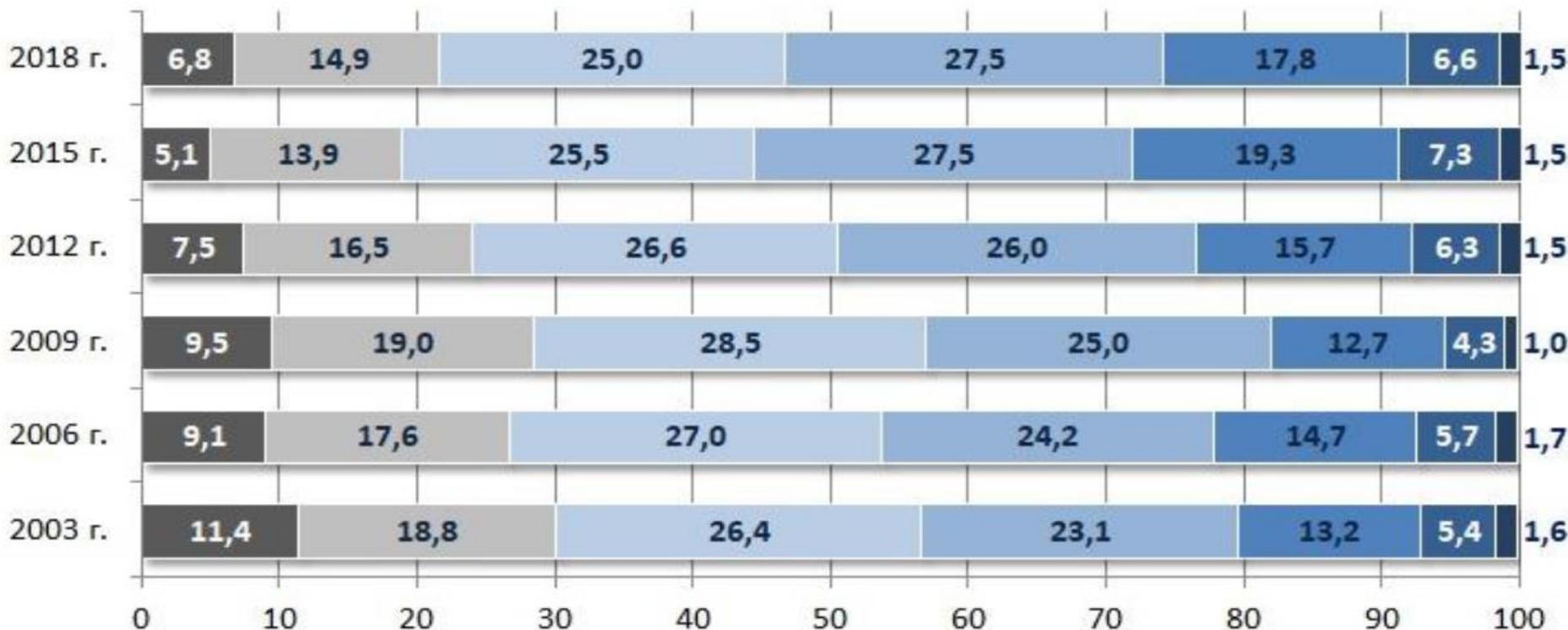
*Геометрическая аппроксимация* свойств нестандартных или незнакомых форм и объектов путем разбиения этих фигур и объектов на знакомые формы и объекты (*Пространство и форма*)

*Компьютерное моделирование:* анализ изменений, влияния переменных на результат; калькулятор (*Количество*)

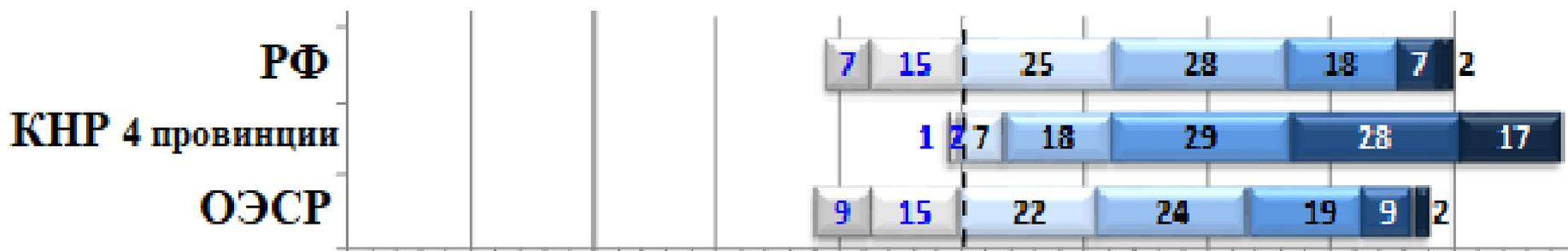
*Принятие решений в ситуациях неопределенности:* использование вероятности и основных принципов комбинаторики для интерпретации ситуаций и прогнозирования (*Неопределенность и данные*)

# Результаты РФ. Уровни МГ

■ Ниже Уровня 1 ■ Уровень 1 ■ Уровень 2 ■ Уровень 3 ■ Уровень 4 ■ Уровень 5 ■ Уровень 6



## УРОВНИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ



- Где брать ресурсы для подготовки школьников к международным исследованиям в 2022 году по математическому направлению?



# Функциональная грамотность: что отличает обучение в странах-лидерах

Фрумин И.Д., Добрякова М.С., Баранников К.А., Реморенко И.М.  
Универсальные компетентности и новая грамотность

- Фокус не на деятельности учителя по представлению нового материала, а на стимулировании **самостоятельной учебной деятельности** ученика
- **Мотивирующая образовательная среда**
- **Обучение через исследование**: активный ученик - уточняет задачу, ищет информацию, представляет результат, формулирует критерии оценки, вместе с учителем оценивает успешность выполнения
- **Оценивание для обучения**: выполняет функцию обратной связи – показывает сильные и слабые результаты, высвечивает ближайшие и долгосрочные учебные цели
- **Персонализированное обучение**: учебные задачи релевантны **опыту** ученика, актуальны для него
- **Проектное обучение**: межпредметные групповые проекты различной продолжительности, в том числе в связке с реальными задачами своего сообщества

# Важное для математической грамотности

- Помнить о **системности** формируемых математических знаний, о необходимости теоретической базы: без знаний нет применения
- формировать **готовность** к взаимодействию с математической стороной окружающего мира: через опыт и погружение в реальные ситуации (отдельные задания; цепочки заданий, объединенных ситуацией, проектные работы)
- учить математическому **моделированию** реальных ситуаций и переносить способы решения учебных задач на реальные, создавать **опыт поиска** путей решения жизненных задач
- развивать когнитивную сферу, учить познавать окружающий мир, задаваться вопросами и решать задачи **разными способами**
- формировать **компетенции**: коммуникативную, читательскую, информационную, социальную
- развивать **регулятивную** сферы и **рефлексию**: учить планировать деятельность, конструировать алгоритмы (вычисления, построения и пр.), контролировать процесс и результат, выполнять проверку на соответствие исходным данным и правдоподобие, коррекцию и оценку результата деятельности



# «Мягкий» мониторинг

<b>Контекст:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• <i>Личная жизнь</i></li><li>• <i>Образование/ профессии</i></li><li>• <i>Общественная жизнь</i></li><li>• <i>Научная деятельность</i></li></ul>	<b>Когнитивная область:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• <i>Формулирование</i></li><li>• <i>Применение</i></li><li>• <i>Интерпретирование/оценивание</i></li><li>• <i>Рассуждение</i></li></ul>	<b>Область содержания:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• <i>Изменения и зависимости</i></li><li>• <i>Пространство и форма</i></li><li>• <i>Неопределенность и данные</i></li><li>• <i>Количество</i></li></ul>
<b>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ</b>		
<b>Основные положения:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Соответствие ФГОС</li><li>• Актуальность содержания (по классам)</li><li>• Использование компьютера</li></ul>	<b>Требования к заданиям:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Мотивации (возраст, интерес, доступность)</li><li>• Контекстность, реалистичность</li><li>• Проблемность</li><li>• Вариативность решений</li><li>• Уровневость</li><li>• Комплексность (источники, виды информации, вопросы)</li></ul>	<b>Структура ситуации:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Текст-описание – вербальный, графический</li><li>• Фото иллюстрации</li><li>• Справочный материал</li><li>• Вопросы</li></ul>

# Характеристики задания для мониторинга

- *Основные характеристики:*
  - 1) область содержания
  - 2) вид когнитивной деятельности
  - 3) контекст
- *Дополнительные характеристики:*
  - 4) уровень сложности/математической грамотности
  - 5) формы ответа (множественный выбор, краткий ответ, развернутый ответ)
  - 6) «объект оценки», проверяемые умения
  - 7) оценка (1 балл или 2 балла), критерии оценивания

# Пример «Багаж в аэропорту».

## 5 класс

Иван Иванович летит в отпуск на самолете авиакомпании «Сокол». Он узнал, что в салон самолета можно взять ручную кладь массой не более 7 кг. Также в стоимость билета входит 1 место багажа массой до 20 кг.

За каждый «лишний» килограмм сверх двадцати нужно заплатить 300 р. (округляется в большую сторону до кг). Или можно оформить одно или несколько дополнительных мест багажа. Дополнительное место – один предмет массой до 20 кг – стоит 1000 р.

Прибыв в аэропорт, Иван Иванович взвесил каждый предмет своего багажа.

Чемодан 19 кг 900 г

Рюкзак 3 кг 900 г

Коробка 4 кг 500 г

Ноутбук 1 кг 800 г



Вопрос 1. Какие предметы может взять с собой в салон самолета Иван Иванович? Укажите все возможные варианты набора предметов.

Ответ: \_\_\_\_\_

Вопрос 2. Как Ивану Ивановичу поступить с багажом, который нельзя взять в салон самолета? Какое решение будет более выгодным Ивану Ивановичу?

Объясните свой ответ: \_\_\_\_\_

# Характеристики задания «Багаж в аэропорту»

- 1) Область математического содержания: *Количество*
- 2) Контекст: *Личная жизнь*
- 3) Когнитивная деятельность:

**Вопрос 1** – *Формулирование* (указать все возможные наборы предметов, масса которых не превышает 7 кг)

**Вопрос 2** – *Рассуждение* (какой багаж нельзя взять с собой? от чего зависит выгода? Какие есть варианты?)

- 4) Уровень сложности: *оба вопроса - 2*
- 5) Формы ответа: **Вопрос 1** – краткий ответ; **Вопрос 2** – развернутый
- 6) Проверяются знания/умения:
  - *сравнивать величины; округлять величины; выполнять прикидку результата сложения двух или нескольких величин*
  - *обосновывать*

# Характеристики задания «Багаж в аэропорту»

## 7) Оценка:

### Вопрос 1:

2 балла – приведены два верных ответа: «коробка и ноутбук» и «рюкзак и ноутбук» и не указан неверный ответ; также принимаются дополнительно к этим ответы: «только ноутбук», «только коробка», «только рюкзак»;

1 балл – приведен один из верных ответов и не приведен неверный ответ

### Вопрос 2:

2 балла – дан верный ответ: «Сдать в багаж чемодан и оплатить второе место багажа» и дано объяснение: Осталась коробка. За нее нужно заплатить или 1500 р. (по 300 р. за 5 кг) или 1000 р. за дополнительное место багажа. Дешевле оплатить второе место багажа.

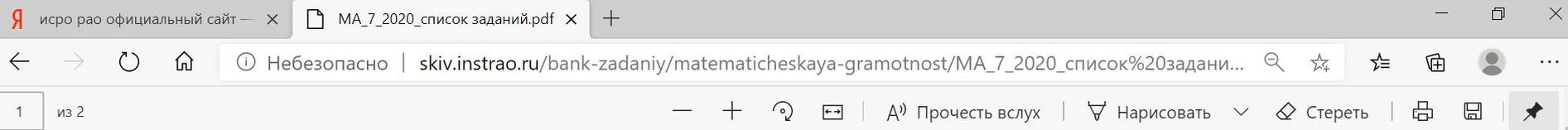
ИЛИ: Остался рюкзак. За него нужно заплатить или 1200 р. (по 300 р. за 4 кг) или 1000 р. за дополнительное место багажа. Выгоднее оплатить второе место багажа.

1 балл – дан верный ответ: «Сдать в багаж чемодан и оплатить второе место багажа», а объяснение, неполное, но не содержит неверных утверждений, или объяснение не приведено.

# Структура блока для оценки МГ

- **Время выполнения:** 20 минут
- **Количество:** 2 комплексных задания (*ситуации*), в каждом по 2 вопроса
- **Области содержания:** 2 (3)
- **Виды когнитивной деятельности:** 4
- **Контексты:** 2
- **Количество баллов:** 1 или 2; по блоку:  $1+2+2+2 = 7$
- **Сложность:** 1 (1 балл), 2 (2 балла) или 3 (2 балла); по блоку:  $1+2+2+3 = 8$
- **Формы ответа:**
  - множественный выбор
  - краткий ответ
  - развернутый ответ

# Задания «мягкого» мониторинга. Сайт ИСРО РАО



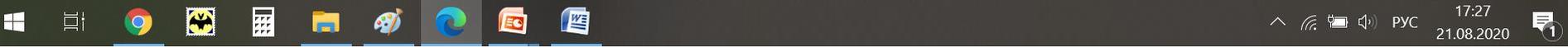
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ  
для формирования  
функциональной грамотности

Математическая грамотность, 7 класс

СПИСОК ЗАДАНИЙ

№ п/п	Название комплексного задания	Число отдельных заданий/вопросов	Источник (где размещены или опубликованы задания)
<b>ЧАСТЬ 1</b>			
1)	Тормозной путь	2	Демонстрационный вариант 2019 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
2)	Поездки на метро	2	Демонстрационный вариант 2019 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
3)	Бугельные подъемники	2	Демонстрационный вариант 2019 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
4)	Покупка телевизора	2	Демонстрационный вариант 2019 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
<b>ЧАСТЬ 2</b>			
5)	Поступление в предпрофильный класс	2	Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 1: Учебное пособие для общеобразовательных организаций. В 2-х частях. Часть 2. Под редакцией Г.С. Ковалёвой, Л.О. Рословой. – М.: СПб.: Просвещение, 2020. 79 с., С. 6.
6)	Новая квартира	2	Там же, С. 8.
7)	Вязаные вещи	2	Там же, С. 39.
8)	Новое дорожное покрытие	2	Там же, С. 41.
<b>ЧАСТЬ 3</b>			
9)	Шкалы температур	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
10)	Ремонт комнаты	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
11)	Частота пульса при физической нагрузке	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
12)	Московский метрополитен	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
13)	Акции и скидки	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
14)	Конструкция строительной фермы	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )



# Часть 1. Демонстрационные варианты. Сайт ИСРО РАО

исро рао официальный сайт — × Демонстрационные материалы × +

← → ↻ ↗ ⚠ Небезопасно | skiv.instrao.ru/support/demonstratsionnye-materialya/matematiceskaya-gramotnost.php ☆ ☆ 🏠 👤 ⋮

 Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
**ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ**  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся»

**Главная** О проекте **Демонстрационные материалы** Банк заданий Конференции, семинары, форумы Личный кабинет

**Читательская грамотность**

**Математическая грамотность**

**Естественнонаучная грамотность**

**Финансовая грамотность**

**Глобальные компетенции**

**Креативное мышление**

Поиск по сайту

Поиск

Авторизация

Логин:

## Математическая грамотность

- [Основные подходы к оценке математической грамотности учащихся основной школы](#) [Скачать](#)
- [Диагностическая работа для учащихся 5 классов](#) [Скачать](#)
- [Характеристики заданий и система оценивания \(Демонстрационный вариант диагностической работы для учащихся 5 классов\)](#) [Скачать](#)
- [Диагностическая работа для учащихся 7 классов](#) [Скачать](#)
- [Характеристики заданий и система оценивания \(Демонстрационный вариант диагностической работы для учащихся 7 классов\)](#) [Скачать](#)

Windows Taskbar: 13:12 21.08.2020



# Часть 3. Банк заданий. Сайт ИСРО РАО

Я исро рао официальный сайт — x Математическая грамотность x +

← → ↻ 🏠 🔒 Небезопасно | skiv.instrao.ru/bank-zadaniy/matematicheskaya-gramotnost/index.php ☆ ⚙️ 🗑️ 👤 ⋮

 Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
**ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ  
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ**  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в  
проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся»

**Главная** | **О проекте** | Демонстрационные материалы | **Банк заданий** | Конференции, семинары, форумы | Личный кабинет

**Читательская грамотность**

**Математическая грамотность**

**Естественнонаучная грамотность**

**Глобальные компетенции**

**Финансовая грамотность**

**Креативное мышление**

Поиск по сайту

Авторизация

Логин:

---

## Математическая грамотность

---

### 5 класс

- список заданий [Скачать](#)
- задания [Скачать](#)
- характеристики заданий и система оценивания [Скачать](#)
- методические комментарии к заданиям [Скачать](#)

### 6 класс

- список заданий [Скачать](#)
- задания [Скачать](#)
- характеристики заданий и система оценивания [Скачать](#)
- методические комментарии к заданиям [Скачать](#)

### 7 класс

- [список заданий](#) [Скачать](#)
- [задания](#) [Скачать](#)
- [характеристики заданий и система оценивания](#) [Скачать](#)
- [методические комментарии к заданиям](#) [Скачать](#)

### 8 класс



## Часть 2. Учебное пособие

### «Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий»

- Комплексное рассмотрение ситуации: предметные навыки, виды когнитивной деятельности, разные вопросы и решения, возможные ошибки, интерпретация результатов
- Динамика результатов: стартовые задания – обучающие – итоговые
- Развитие самоконтроля и самопроверки, отслеживание прогресса: ответы и решения, критерии оценивания
- Внимание на трудности и недостатки в метапредметной подготовке: смысловое чтение, работа с информацией, критическое мышление, работа с утверждениями
- Самостоятельность и творчество
- Вариативность использования



## МОДУЛЬ 2

СТАРТОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	39
Вязаные вещи.....	—
Новое дорожное покрытие.....	41
Проверьте себя! Ответы и комментарии к стартовым заданиям .....	44
ОБУЧАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ К СИТУАЦИИ «ВЯЗАНЫЕ ВЕЩИ» .....	46
Знаете ли вы? .....	—
Верно или неверно? .....	48
Пример и контрпример.....	—
Всегда — Никогда — Иногда.....	49
Разные решения .....	50
Найдите ошибку .....	51
Проверьте себя! Ответы и комментарии к обучающим заданиям .....	52
ОБУЧАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ К СИТУАЦИИ «НОВОЕ ДОРОЖНОЕ ПОКРЫТИЕ» .....	54
Знаете ли вы? .....	—
Верно или неверно? .....	57
Пример и контрпример.....	58
Всегда — Никогда — Иногда.....	59
Разные решения .....	60
Найдите ошибку .....	61
Проверьте себя! Ответы и комментарии к обучающим заданиям .....	62
ИТОГОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	65
Вязаные вещи.....	—
Новое дорожное покрытие.....	66
Проверьте себя! Ответы и комментарии к итоговым заданиям .....	70
СОСТАВЬТЕ СВОЁ ЗАДАНИЕ К СИТУАЦИИ «ВЯЗАНЫЕ ВЕЩИ»	72





## СТАРТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Поступление  
в предпрофильный класс

Прочитайте текст и выполните задания 1 и 2.

В школе «Квадрат» после 7-го класса можно поступить в 8-й предпрофильный класс. Приём в данный класс осуществляется для всех желающих на основе конкурсного отбора согласно направлению.



Для поступления в физико-математический класс итогам 7-го класса иметь:

- 1) годовые отметки по предметам «Математика» не ниже «4»;
- 2) средний балл годовых отметок по всем предметам не ниже 4,5.

1. Четыре одноклассницы Оля, Катя, Ира и Зоя из школы «Квадрат» решили поступать в физико-математический класс. Их годовые отметки по математике и физике и средний балл по всем предметам за 7-й класс представлены в таблице ниже. Проверьте, соответствуют ли результаты условиям приёма в физико-математический класс. Поставьте «✓» в соответствующих ячейках таблицы.

Имя	Отметки по предметам		Средний балл по всем предметам	Соответствие условиям приёма	
	Математика	Физика		Да	Нет
Оля	5	3	4,8		
Катя	5	4	4,5		
Ира	5	3	3,9		
Зоя	4	5	4,2		

2. Коля учится в школе «Квадрат» в 7-м классе и планирует поступать в физико-математический класс. Накануне окончания учебного года семиклассникам объявили их предварительные годовые отметки по всем предметам. Отметки Коли представлены в таблице.

Предметы	Предварительные годовые отметки	Предметы	Предварительные годовые отметки
Математика	5	География	5
Информатика	5	Химия	4
Физика	4	Биология	5
Русский язык	5	Физкультура	3
Иностранный язык	4	Технология	5
Литература	4	Музыка	3
История	4	ОБЖ	5
Обществознание	4		

Коля посчитал средний балл своих годовых отметок и понял, что он ниже, чем требуется для поступления в физико-математический класс. Однако среди предварительных годовых отметок есть отметки, которые он может улучшить на 1 балл. Какое наименьшее количество предварительных годовых отметок ему необходимо улучшить, чтобы получить средний балл, требуемый для поступления в физико-математический класс? Запишите ответ и приведите решение.

Ответ: \_\_\_\_\_

Решение: \_\_\_\_\_

## Новая квартира

Прочитайте текст и выполните задания 3 и 4.

Семья Ильиных купила квартиру с необычной планировкой. Ниже приведён план квартиры и указаны размеры. Особенности приобработанной квартиры:

- 1) санузел имеет форму равнобедренного прямоугольного треугольника;
- 2) гостиная-кухня и спальня имеют по три прямых угла;
- 3) вместо четвёртого угла спальня имеет округлую форму стены;
- 4) в обеих комнатах окна имеют прямоугольную форму и расположены по центру стены.



3. В таблице даны четыре утверждения, сделанных на основе информации из текста и плана квартиры. Поставьте знак «✓» в соответствующих ячейках таблицы.

Утверждение	Верно / Неверно	
	Верно	Неверно
1. Расстояние AB равно 3 м		
2. Площадь санузла в 2 раза меньше площади холла		
3. Расстояние между окнами равно 3,5 м		
4. Площадь гостиной-кухни составляет 37,5 м <sup>2</sup>		

Место для записей



4. Чтобы приобрести материалы для отделки спальни, семье необходимо сделать некоторые расчёты. Вычислите периметр спальни (в метрах).  
Для справки: Периметр — длина границы плоской фигуры (замкнутого контура).

$C = 2\pi R$  — длина окружности;  
 $S = \pi R^2$  — площадь круга, где  $R$  — радиус окружности. Считайте, что  $\pi = 3,14$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

Решение: \_\_\_\_\_



Место для записей





# Фрагменты пособия

## «Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий»

Проверьте себя!

### Ответы и комментарии к стартовым заданиям

Для каждого вопроса сверьте свой ответ и решение с ответом и решениями, приведёнными в таблице. По обозначенным критериям оцените свой ответ на вопрос и выставьте соответствующее ему количество баллов.

№ во-проса	Ответ	Критерии оценивания	Баллы
1	Ответ: 72	<b>1 балл</b> — дан верный ответ; <b>0 баллов</b> — дан другой ответ ИЛИ ответ отсутствует	4
2	Ответ: Хватит. Возможный вариант решения: 1) $0,25 \cdot 1,2 = 0,3$ (м <sup>2</sup> ); 2) $0,4 \cdot 1,5 = 0,6$ (м <sup>2</sup> ); 3) $0,6 : 0,3 = 2$ ; 4) $2 \cdot 250 = 500$ (г); 5) $500 + 250 = 750$ (г); 6) $750 < 800$	<b>2 балла</b> — дан верный ответ и приведено верное решение; сравнение может быть сделано устно и в записи отсутствовать; <b>1 балл</b> — из решения понятно, что находится, во сколько раз одна площадь больше другой и во сколько раз увеличивается расход пряжи на второй шарф; находится сумма двух расходов и сравнивается с 800 г, но есть ошибка	

**А.** Меньше.

**Б.** Больше.

**Вариант объяснения:**

Данное покрытие при всех сложных состояниях дороги дало значение, больше стандартного:  $0,42 > 0,4$ ;  $0,21 > 0,2$ ;  $0,13 > 0,1$ . Чем больше  $k$ , тем меньше тормозной путь

**2 балла** — верно даны оба ответа, к первому ответу дано объяснение;

**1 балл** — верно даны оба ответа, но объяснение не содержит фразу «при всех сложных дорожных условиях» и отсутствует сравнение тестового  $k$  со стандартным;

**0 баллов** — даны другие ответы ИЛИ ответы отсутствуют

Количество набранных баллов:

Максимальное количество баллов:

7

**А.** Вычислите тормозной путь автомобиля в сухую погоду на асфальте при различных значениях скорости начала торможения. Коэффициент сцепления с дорогой в сухую погоду равен 0,8. Результат округлите.

Начальная скорость, км/ч	Тормозной путь, м
40	
60	
80	
100	
120	

**Б.** При каком значении скорости в момент торможении тормозной путь составит не более

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**2.** Под воздействием климатических условий дорожное покрытие может пребывать в различном состоянии, что оказывает влияние на значение коэффициента сцепления дороги с транспортными средствами. Вычислите тормозной путь автомобиля, движущегося по асфальту, при различных сложных дорожных условиях, если скорость в момент начала торможения равна 60 км/ч. Результат округлите.

Сложности дорожных условий	Стандартное значение $k$	Тормозной путь, м
Мокрая дорога	0,4	
Укатанный снег	0,2	
Обледенелая дорога	0,1	

**3.** Наиболее опасным условием, при котором чаще всего происходят дорожно-транспортные происшествия, является наличие на дорожной поверхности различных осадков. За сколько метров до светофора водитель должен начать торможение, если автомобиль движется по мокрой дороге со скоростью 90 км/ч? Результат округлите.

**Ответ:** \_\_\_\_\_



# ОБУЧАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ

## Верно или неверно?

# Фрагменты пособия

«Математическая грамотность.  
Сборник эталонных заданий»

7. Проанализируйте формулу тормозного пути и поставьте знак «✓» в соответствующих ячейках.

$$S = \frac{v^2}{254k}, \text{ где}$$

$S$  — тормозной путь (м);  $v$  — скорость автомобиля в момент начала торможения (км/ч);  $k$  — коэффициент сцепления с дорогой.

Утверждение	Верно	Неверно
1. Чем больше начальная скорость, тем больше тормозной путь		
2. Во сколько раз увеличивается начальная скорость, во столько же раз увеличивается и тормозной путь		
3. При уменьшении коэффициента сцепления в 2 раза тормозной путь увеличивается в 2 раза		

8. Верна ли схема, изображающая зависимость тормозного пути от коэффициента сцепления шин с дорогой? Отметьте свой ответ знаком «✓».



Да

Нет



## Фрагменты пособия

«Математическая грамотность.  
Сборник эталонных заданий»

### Пример и контрпример

**9.** Приведите пример начальной скорости и состояния дорожного полотна, при которых тормозной путь составляет около 100 м.

Пример: \_\_\_\_\_

## Всегда — Никогда — Иногда

**11.** Какое из приведённых в таблице утверждений верно всегда, какое утверждение — иногда, а какое — никогда?

Утверждение	Всегда	Никогда	Иногда
1. Тормозной путь прямо пропорционален квадрату скорости в момент начала торможения			
2. Тормозной путь прямо пропорционален коэффициенту сцепления шин с дорогой			
3. Если скорость автомобиля меньше 60 км/ч, то его тормозной путь составляет не более 20 м			

Приведите пример, когда утверждение, для которого вы выбрали ответ «иногда», верно, и пример, когда утверждение неверно.

**Пример «утверждение верно»:** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Пример «утверждение неверно»:**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### Разные решения

**12.** Ученики решали задачу: Два одинаковых автомобиля, едущие со скоростью 50 и 70 км/ч по сухому асфальту, одновременно начинают экстренное торможение. Сколько метров проедет второй автомобиль после того, как первый автомобиль остановится?

Разберите решения учеников. Для каждого решения укажите, верно ли оно. Отметьте свой ответ знаком «✓».

#### Решение 1:

- 1)  $70^2 : (254 \cdot 0,8) = 24,1$  (м) — тормозной путь первого автомобиля;
- 2)  $50^2 : (254 \cdot 0,8) = 12,3$  (м) — тормозной путь второго автомобиля;
- 3)  $24,1 - 12,3 = 11,8$  (м).

**Ответ:** 11,8 м.

Верно ли решение?

- Да  
 Нет

#### Решение 2:

Разность скоростей равна  $70 - 50 = 20$  км/ч, значит, разность тормозных путей равна  $\frac{(70 - 50)^2}{254 \cdot 0,8} = \frac{400}{203,2} = 1,97$ .

**Ответ:** 1,97 м.

Верно ли решение?

- Да  
 Нет

## Найдите ошибку

**13.** Семиклассники провели эксперимент: они измерили тормозной путь велосипедиста при движении с различными скоростями по дороге, покрытой ледяной коркой. Результаты измерений занесены в таблицу. Найдите ошибку и исправьте её.

Скорость велосипедиста, км/ч	Тормозной путь, м
10	3,2
15	7,2
18	8,1
20	12,8

## Ответы и комментарии к обучающим заданиям

Если задание выполнено верно, в столбце «Баллы» поставьте 1, если неверно — 0.

№ во-проса	Ответы и комментарии		Баллы	
1	А.	Начальная скорость, км/ч	Тормозной путь, м	
		40	7,9	
		60	17,7	
		80		
		100		
		120		
	Б. 40 км/ч			
	11	Всегда — Никогда — Иногда. Утверждение 3 верно при движении автомобиля по сухому асфальту и неверно в других случаях		
	12	Решения 1 и 3 — верные. Решение 2 — неверное. Вывод о том, что в формулу тормозного пути вместо скорости можно подставить разность скоростей, чтобы получить разность путей, неверен		
	13	При скорости движения велосипедиста, равной 18 км/ч, тормозной путь равен 10,4 м. Во всех других случаях коэффициент сцепления равен примерно 0,123, что соответствует условию обледенелой дороги		
<b>Количество набранных баллов:</b>				
<b>Максимальное количество баллов:</b>			<b>13</b>	



## СОСТАВЬТЕ СВОЁ ЗАДАНИЕ

к ситуации «Дорожное покрытие»

# Фрагменты пособия

«Математическая грамотность.  
Сборник эталонных заданий»

**1.** Продолжите составление задачи на отыскание значения коэффициента сцепления шин с дорогой. Данные о скорости движения автомобиля задайте самостоятельно.

**Ваша задача:** Для автомобиля, двигавшегося со скоростью \_\_\_\_\_ км/ч, тормозной путь составил 15 м. Определите значение коэффициента  $k$  сцепления шин с дорогой. Результат округлите до \_\_\_\_\_ .

**3.** Составьте задачу об определении дорожных условий движения автомобиля. Учитывайте стандартные значения коэффициента  $k$  сцепления шин с дорогой с асфальтовым покрытием при сложных дорожных условиях, указанные в таблице выше. Длину тормозного пути и скорость движения автомобиля задайте самостоятельно.

**Ваша задача:** \_\_\_\_\_

---

# Устные упражнения

## Журнал «Математика»/2020/№2



**Какая машина?** В приведённой таблице указаны сведения о четырёх машинах, которые она нашла у местного продавца машин.

❖ Вопросы:

- 1) Какая из машин выпущена раньше других? У какой из машин наибольший пробег? У какой из машин наименьший объём двигателя?
- 2) Верно ли утверждение для машин, представленных в таблице? Если утверждение неверно, приведите контрпример.
  - А) Чем старше машина, тем ниже объявленная цена.
  - Б) Чем больше пробег, тем ниже объявленная цена.
  - В) Чем больше объём двигателя, тем больше пробег.
- 3) Кристина покупает машину в конце 2006 года. Для каждой машины прикиньте устно средний пробег за год (считайте, что машина выпущена и куплена в начале года).
- 4) Составьте свой вопрос по таблице.

Модель:	Альфа	Бета	Гамма	Дельта
Год выпуска	2003	2000	2001	1999
Объявленная цена (зеды)	4800	4450	4250	3990
Пройденное расстояние (километры)	105 000	115 000	128 000	109 000
Объём двигателя (литры)	1,79	1,796	1,82	1,783

**Соус.** Вы делаете свою собственную заправку для салата.

Вот состав продуктов на 100 мл заправки:

Салатное масло: 60 мл;  
Уксус: 30 мл;  
Соевый соус: 10 мл

❖ Вопросы:

- 1) Сколько миллилитров салатного масла, сколько уксуса и сколько соевого соуса понадобится, чтобы сделать 200 мл этой заправки? 50 мл? 150 мл?
- 2) У мамы осталось 25 мл соевого соуса. Какое наибольшее количество заправки она может приготовить?
- 3) В каком отношении надо брать продукты, входящие в состав соуса?
- 4) Каково процентное соотношение продуктов, входящих в состав соуса?
- 5) Как отмерить требуемое в рецепте количество продуктов столовой ложкой, если в одной столовой ложке примерно 15 мл жидкости?



МЕТОДОМ РЕШЕНИЯ / ПРАКТИКУМ  
ТЕМА НОМЕРА: ЗАНИМАТЬСЯ МАТЕМАТИКОЙ НЕ ТОЛЬКО НА УРОКЕ



С. ЕГОРУШИН,  
пос. Новомихайловский,  
Тулский р-н, Краснодарский край  
Фото предоставлены автором

## ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ ЗАНЯТИЕ «МАТЕМАТИКА ВОКРУГ НАС»



В рамках долгосрочного сотрудничества Всероссийского детского центра «Орион» (далее ВДЦ) с госкорпорацией «Росатом» на базе школы ВДЦ реализуется образовательный проект «Школа Росатом», направленный на формирование целеустремленности и практико-ориентированного мышления, на поиск новых подходов к формированию технологической культуры, эрудиции, научного кругозора обучающихся.

Основу его составляют практико-ориентированные задания раздела «Формальная математика», которые позволяют подросткам продемонстрировать свои математические знания и умения при решении нестандартных задач. Основная цель представленного занятия — создать условия, которые способствовали бы развитию детской инициативы, творческого мышления, исследовательских умений.

Задачи занятия:  
– приобщение обучающихся к самостоятельной поисково-исследовательской деятельности

### Проблемная ситуация 1

Представьте себе ситуацию, когда маляру необходимо рассчитать объем краски, необходимой для окраски стен дома. Но вот проблема: дом очень большой, а специальных приборов для измерения у него не имеется. Но у него есть точный макет этого дома в определенном масштабе. Давайте поможем маляру решить эту задачу.

У вас на столах стоят макеты дома, стены которого должен покрасить маляр, также вам предоставляются измерительные приборы — линейка, транспортир — и справочный материал для вычисления площадей фигур.



МЕТОДОМ РЕШЕНИЯ / ВНЕУРОКОВАЯ  
ТЕМА НОМЕРА: ЗАНИМАТЬСЯ МАТЕМАТИКОЙ НЕ ТОЛЬКО НА УРОКЕ

Л. ШАКИРОВА,  
г. Казань

## КОНКУРС КРАЕВЕДЧЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

С 2016 года Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского совместно с Региональным научно-образовательным центром Казанского федерального университета ежегодно проводит конкурс краеведческих математических задач для школьников. В первых двух конкурсах принимали участие школьники Республики Татарстан. Третий конкурс, объявленный 1 октября 2018 года, пров...

**Цель конкурса** — выявление склонности и споспешение познавательного и патриотического отношения к ее историческо

По условиям конкурса г задачи, фабула которых с цковой исторические, географические, социальности своего края; содерж школьного курса математ

Задачи должны быть сдлены в архивных матери края в ходе этнографичес

В первом конкурсе, на задачах, приняли учас республиканской Татарстан с приглашением участии школьников «Татарстан 1 нуно году Н.И. Лобачевски тете (КФУ). В ходе конфеди дители учителей» встретил необычным образом. Был о памятных местах городас ественной войны. Были сти, и математические зад

Математический Татар инженером, изобретателем театуры и культуры, спор сложные математические деть интересные и даже : сти и факты.

Цель конкурса — выявление склонности и споспешение познавательного и патриотического отношения к ее историческо

По условиям конкурса г задачи, фабула которых с цковой исторические, географические, социальности своего края; содерж школьного курса математ

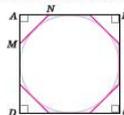
Задачи должны быть сдлены в архивных матери края в ходе этнографичес

В первом конкурсе, на задачах, приняли учас республиканской Татарстан с приглашением участии школьников «Татарстан 1 нуно году Н.И. Лобачевски тете (КФУ). В ходе конфеди дители учителей» встретил необычным образом. Был о памятных местах городас ественной войны. Были сти, и математические зад

Математический Татар инженером, изобретателем театуры и культуры, спор сложные математические деть интересные и даже : сти и факты.

углоником, описанном вокруг окружности. Какова развизна в процентах? Ответ округлите до десятых.

Решение. Развертка боковой поверхности призма — прямоугольник,  $h$  — высота призма,  $P$  — периметр основания призма. Отношение площади боковых поверхностей призм будет равно отношению их периметров.



Пусть сторона восьмиугольника  $MN = x$  м. Тогда в треугольнике  $AMN$   $\angle A = 90^\circ$ , по теореме Пифагора,  $AN^2 + AM^2 = MN^2$ , то есть

$$AN = AM = \sqrt{\frac{P^2}{2} - \frac{1}{2}x^2}$$

$P$  — периметр  $n$ -угольника, основания призма,  $S'_n$  — площадь боковой поверхности  $n$ -угольной призма,  $h$  — высота призма.

$$\frac{S'_n}{S'_4} = \frac{P_n h}{P_4 h}$$

$$P_4 = 4x, \quad P_n = x(x+2\sqrt{2}) + x(4+\sqrt{2}) + x(4+\frac{8}{1,414}) = x \cdot (4 + 5,66) = 9,66x$$

$P_n < P_4$ , следовательно,  $S'_n < S'_4$ . Составим и найдем процентное соотношение полученных величин:

$$\frac{8x}{9,66x} = 0,828 = 82,8\%, 100\% - 82,8\% = 17,2\%.$$

Ответ: боковая поверхность правильной восьмиугольной призма на 17,2% меньше боковой поверхности правильной четырехугольной призма, если у них одинаковая высота и в основании лежат многоугольники, описанные вокруг одной и той же окружности.



- Можно ли трансформировать под эти задания текстовые задачи из имеющихся учебников по математике?
- Что для этого нужно делать?



# Критерии заданий для формирования и оценки ФМГ

- **Комплексность** (сколько заданий, источников, форм представления информации)
- **Мотивация** (интерес, доступность, познавательность)
- **Проблемность** (выражена ли проблема, отличается от предметной учебной задачи): Вопрос, не имеющий однозначного ответа; неопределенность; противоречивая ситуация; сложный теоретический или практический вопрос, требующий разрешения.
- **Контекстность** (как представлен контекст задания): среда, в которой существует объект (в нашем случае – задание, ситуация).
- **Компетентность** (ключевые компетенции XXI в.): Критическое мышление. Креативность. Анализ и исследование. Рассуждение и размышление. Коммуникация. Системное мышление. Использование информации. Самостоятельность и инициативность
- **Уровневость** (6 уровней **МГ** PISA): сложность задания - это количество элементов знаний, глубина овладения ими, количеством и многообразие умственных операций, которые нужно совершить, чтобы преобразовать эти знания для выполнения задания.



# Формирование МГ. Текстовые задачи

Из опыта анализа разработки и использования компетентностно-ориентированных заданий по математике (Ларина Г.С.):

- ◆ *Редкая текстовая задача является компетентностно-ориентированной*
- ◆ *Большинство задач направлены на использование готовых математических моделей и чаще всего не обладают ситуационной значимостью и новизной формулировки*
- ◆ *В задачах редко используется личный опыт учащихся (например, покупки в магазине)*

*Примеры для иллюстрации:*

- **Задача 1.** «Сергей поймал 20 рыб и сложил их в ведро. Пока он складывал удочки, десятую часть всех рыб утащила кошка. На сколько уменьшилось число рыб в ведре?»
- **Задача 2.** «В песочницу квадратной формы с длиной боковой стены, равной 2 м, требуется насыпать песок – по 10 кг на один квадратный метр. Сколько килограммов песка нужно для 10 таких песочниц?»

# Трансформация текстовой задачи и результативность навыка

## Примеры заданий

1)  $3 \times 7 = ?$

Кол-во  
верных  
ответов

≈ 95%

2) В коробке 3 ряда по 7 конфет в каждом. Сколько всего конфет в коробке?

≈ 85%

3) У меня завтра день рождения, будет 15 человек. Хватит ли одной коробки конфет, если в ней 3 ряда по 7 конфет в каждом? Подтвердите свой ответ вычислениями.

≈ 50%

4) У меня завтра день рождения, будет 15 человек. Хватит ли одной коробки конфет? Подтвердите свой ответ вычислениями.



≈ 15%

# Трансформация текстовой задачи

- 1) Решили текстовую задачу, например, про пешехода и догоняющего его велосипедиста, выехавшего через некоторое заданное время.
- 2) Предложили некоторую свою интерпретацию этой ситуации, например: мама ушла на электричку, забыв телефон, дочь поехала на велосипеде ее догнать. Задайте канву. Модель не меняется.
- 3) Предложите детям самим дополнить ситуацию данными.
  - А. Описание требует изменения формы представления исходных данных, например, времени: мама шла на определенную по времени отправления электричку.
  - В. Задача изменяется и теряет абстрактность.
  - С. Реалистичность влечет реальные вычисления.
- 4) Предложите вспомнить похожую ситуацию из своей жизни и записать ее в виде своей задачи.

# Наши ресурсы

- Основной – ФГОС ООО: предметные и метапредметные результаты обучения
- Внешние: электронные ресурсы, учебные пособия, журнал
- Внутренние: устные упражнения, работа с текстовыми задачами, проекты и исследования

- Почему так необходимо включать задания, похожие на задания PISA в КИМы ОГЭ?
- Не должен ли экзамен проверять именно предметные математические знания школьников?

# Литература

- **Результаты международного исследования PISA 2015** (краткий отчет на русском языке). Публикации [Электронный ресурс]. [http://www.centeroko.ru/pisa15/pisa15\\_pub.html](http://www.centeroko.ru/pisa15/pisa15_pub.html)
- **Международное исследование по оценке качества математического и естественнонаучного образования.** Публикации [Электронный ресурс]. [http://www.centeroko.ru/timss15/timss15\\_pub.htm](http://www.centeroko.ru/timss15/timss15_pub.htm)
- **Примеры заданий по математической грамотности**, которые использовались в исследовании PISA в 2003-2012 годах. Публикации [Электронный ресурс]. [http://www.centeroko.ru/pisa15/pisa15\\_pub.html](http://www.centeroko.ru/pisa15/pisa15_pub.html)
- **Универсальные компетентности и новая грамотность:** чему учить сегодня для успеха завтра. Предварительные выводы международного доклада о тенденциях трансформации школьного образования / И.Д.Фрумин, М.С.Добрякова, К.А.Баранников, И.М.Реморенко; Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Институт образования. — М.: НИУ ВШЭ, 2018.
- **Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий.** Выпуск 1. Учеб. пособие. В 2-х ч. Ч. 1 / [Г. С. Ковалёва и др.] ; под ред. Г. С. Ковалёвой, Л.О.Рословой. — М. ; СПб. : Просвещение, 2020. (Функциональная грамотность. Учимся для жизни)
- **Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий.** Выпуск 1. Учеб. пособие. В 2-х ч. Ч. 2 / [Г. С. Ковалёва и др.] ; под ред. Г. С. Ковалёвой, Л.О.Рословой. — М. ; СПб. : Просвещение, 2020. (Функциональная грамотность. Учимся для жизни)
- Рослова Л.О. Используем открытые задания исследования PISA. - «Математика».- 2020.- №2. - [Электронный ресурс]. <https://raum.math.ru/node/179>

Спасибо за  
внимание!

Лариса Олеговна Рослова  
[journal.mat@yandex.ru](mailto:journal.mat@yandex.ru)